

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие	9
Введение	11

Глава I

Определители и системы линейных уравнений

§ 1. Определители	13
1. Перестановки и подстановки	13
2. Понятие определителя любого порядка	16
3. Простейшие свойства определителей	18
4. Миноры и алгебраические дополнения элементов. Разложение определителя по строке или столбцу	20
5. Вычисление определителей с числовыми элементами	21
6. Методы вычисления определителей n -го порядка	22
7. Определитель Вандермонда и связанные с ним определители	26
8. Якобиевы определители. Континуант и связь с числами Фибоначчи	28
9. Миноры любого порядка, их алгебраические дополнения и теорема Лапласа	29
10. Разложение определителя по строке и столбцу. Окаймленные определители	31
11. Умножение определителей. Теорема Бине — Коши	34
12. Циркулянты и связанные с ними определители	36
13. Взаимные (или присоединенные) и ассоциированные определители, их миноры и формула Сильвестра	38
14. Симметрические, кососимметрические и псевдосимметрические определители	41
15. Кронекеровское произведение определителей	43
16. Неравенство Адамара и другие неравенства, связанные с определителями	43
§ 2. Системы линейных уравнений	46
1. Общие сведения	46
2. Метод Гаусса исключения неизвестных	47
3. Правило Крамера	52
4. Ранг матрицы	54

5. Общая теория линейных уравнений	59
6. Системы однородных линейных уравнений. Фундаментальные системы решений	62
7. Связь решений однородных и неоднородных систем	66

Глава II

Матрицы и квадратичные формы

§ 1. Матрицы	67
1. Действия с матрицами	67
2. Единичная и обратная матрицы	71
3. Степени матрицы. Многочлены от матрицы. Перестановочные матрицы	75
4. Связь умножения матриц с элементарными преобразованиями. Разложение матрицы в произведение треугольных матриц	79
5. Многочленные матрицы, инвариантные множители и элементарные делители	82
6. Матричные многочлены	90
7. Характеристические числа и собственные векторы матрицы	92
8. Минимальный многочлен матрицы	95
9. Подобные матрицы	98
10. Диагональная форма матрицы	101
11. Жорданова форма матрицы	106
12. Естественная форма и другие канонические формы матрицы	110
13. Якобисвы матрицы	116
14. Ассоциированные и взаимные матрицы	118
15. Кронекеровское произведение матриц	120
16. Ортогональные и унитарные матрицы	122
17. Симметрические, кососимметрические и эрмитовы матрицы	129
18. Нормальные матрицы	136
§ 2. Билинейные и квадратичные формы	137
1. Эквивалентность. Канонический и нормальный вид. Методы Лагранжа и Якоби приведения к каноническому виду.	137
2. Действительные квадратичные формы. Закон инерции. Индексы инерции и сигнатура	149
3. Положительно определенные квадратичные формы	152
4. Ортогональные преобразования квадратичных форм. Приведение квадратичной формы к главным осям.	154
5. Пара форм. Пучок форм.	162
6. Экстремальные свойства характеристических чисел регулярного пучка форм.	164
7. Комплексные формы второго рода. Эрмитовы формы	168
8. Ганкелевы формы	172

Глава III

Алгебра многочленов

§ 1. Общие свойства многочленов	175
1. Определения, примеры	175
2. Деление с остатком	176
3. Схема Горнера	176
4. Разложение многочлена по степеням разности	178
5. Наибольший общий делитель двух многочленов	179
6. Взаимно простые многочлены	181
7. Представление $d(x) = (f(x), g(x))$ в виде $d(x) =$ $= f(x)u(x) + g(x)v(x)$	181
8. Уничтожение иррациональности в знаменателе	184
9. Наибольший общий делитель нескольких многочленов	185
10. Корни многочлена. Отделение кратных корней	185
11. Формулы Виета	187
12. Общие корни двух многочленов. Результант. Дискри- минант	187
§ 2. Интерполяционные формулы Лагранжа и Ньютона	190
§ 3. Отыскание корней многочленов. Разложение многочленов на множители	194
1. Решение уравнений второй степени	194
2. Решение уравнений третьей степени	195
3. Решение уравнений четвертой степени	199
4. Об уравнениях степени выше четвертой	201
5. Рациональные корни многочленов с рациональными коэффициентами	202
6. Разложение многочлена на множители первой и вто- рой степени	203
7. Неприводимые многочлены	204
8. Разложение многочленов на неприводимые множители над полем рациональных чисел	205
9. Дробно-рациональные функции	210
§ 4. Границы корней многочлена. Теоремы о числе корней	214
1. Границы действительных корней многочлена с действи- тельными коэффициентами	214
2. Теоремы о числе действительных корней	217
3. Границы комплексных корней многочлена	225
4. Число корней в левой и правой полуплоскости	229
5. Критерии устойчивости	238
6. Область устойчивости	240
§ 5. Многочлены от нескольких переменных	240
1. Определения	240
2. Симметрические многочлены	242

3. Выражение степенных сумм через элементарные симметрические многочлены	245
4. Системы алгебраических уравнений с несколькими неизвестными	246

Глава IV

Общая алгебра

§ 1. Группы	249
1. Определение группы, примеры	249
2. Изоморфизм групп	252
3. Гомоморфизм	253
4. Подгруппы. Циклические группы	254
5. Системы образующих. Возрастающие последовательности подгрупп	255
6. Смежные классы. Разложение группы по подгруппе	257
7. Нормальный делитель группы	259
8. Фактор-группа	261
9. Группы подстановок	262
10. Прямые произведения групп	265
11. Абелевы группы	268
§ 2. Кольца	269
1. Определения, примеры	269
2. Изоморфизм. Гомоморфизм	271
3. Подкольца. Идеалы	272
4. Прямые суммы колец	274
5. Фактор-кольца	274
§ 3. Поля. Тела	275
1. Поля	275
2. Тела	278
§ 4. Алгебры	278
§ 5. Структуры	281
1. Частично упорядоченные множества	281
2. Основные определения	283
3. Дистрибутивные и дедекиндовы структуры	285
4. Булевы алгебры	287
Библиография	288
Указатель обозначений	290
Алфавитный указатель	292